TERZA UNITA'

Valori medi e misure della tendenza centrale

Una delle maggiori cause di confusione presso l'uomo della strada nonché di diffidenza verso la statistica, considerata più un'arte che una scienza, consiste nell'ambiguità del termine *media.*: Sindacati ed imprenditori parlano di salario medio e citano frequentemente dati che appaiono fortemente in contrasto tra loro; i programmi televisivi, nonché la pubblicità, vengono preparati, secondo l'opinione comune, in base a termini medi di confronto; gli uomini politici tengono in gran conto la figura dell'elettore medio; l'ampiezza media delle famiglie viene espressa frequentemente con un valore frazionario che rappresenta un'astrazione divertente per alcuni, ma una vera assurdità per altri; il termine «medio» viene comunemente usato anche come sinonimo di «normale»; il meteorologo in televisione parla in termini di giornate «normali» che si trovano nella media oppure che la piovosità del corrente mese è al di sopra od al disotto della media. In effetti il termine «media» ha un tale insieme di connotazioni comuni che molti statistici preferiscono parlare di «misura della tendenza centrale» ed eliminare dal vocabolario tecnico il termine «media».

Misura della tendenza centrale di una distribuzione di frequenza è un indice che caratterizza una parte centrale della distribuzione stessa. Poiché il centro di una distribuzione può essere definito in svariati modi, esisteranno naturalmente differenti misure della tendenza centrale. In questa unità saranno presentati i tre indici della tendenza centrale di una distribuzione più comunemente usati: la media aritmetica, la mediana e la moda.

Finora ci si è interessati principalmente del problema dell'organizzazione dei dati in forma significativa ed utilizzabile per successive analisi. L'ulteriore obiettivo è quello di formulare valutazioni quantitative delle distribuzioni. In effetti, una distribuzione di frequenza rappresenta una certa organizzazione dei dati ma non consente, di per sé, di formulare giudizi quantitativi sia per descriverla, sia per confrontarla con altre distribuzioni di frequenza.

Due sono le caratteristiche fondamentali di una distribuzione di frequenza che gli statistici hanno studiato accuratamente e che possono essere espresse in termini quantitativi:
(1) i dati rilevati si raggruppano intorno a un valore centrale, che si pone tra i due estremi della variabile osservata (valori medi o misure della tendenza centrale);
(2) i dati si distribuiscono intorno ai valori centrali in una forma più o meno dispersa, che può essere caratterizzata numericamente (dispersione dei dati).

Il valore medio e la misura della dispersione dei punteggi ottenuti, costituiscono indubbiamente un vantaggio per lo studioso delle scienze dell'educazione. Per esempio, il ricercatore può ricondurre una gran massa di dati a un solo valore, che può essere comunicato e compreso da altri studiosi. Egli, infatti, viene frequentemente chiamato in causa per il confronto di misure ottenute in due o più gruppi di soggetti con l'obiettivo di valutare l'effetto di una data variabile indipendente. Le misure della tendenza centrale, cioè i valori medi, semplificano grandemente questo obiettivo.

Per i caratteri qualitativi le tabelle e le rappresentazioni grafiche esauriscono quasi tutti gli aspetti descrittivi, quando sia possibile leggere con esattezza le frequenze delle varie classi.

La media aritmetica (arithmetic mean)

Probabilmente tutti siamo a conoscenza della **media aritmetica** nella misura in cui dovendo calcolare la media di una serie di dati, sommiamo tutti i dati stessi e dividiamo la somma così ottenuta per il loro numero. In breve, la media aritmetica è data dalla somma dei punteggi divisa per il loro numero. Distingueremo tra media aritmetica semplice e media aritmetica ponderata.

Per la **media aritmetica semplice** in simboli si ha:

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdot \cdot \cdot + X_N}{N} = \frac{\sum X}{N},$$

Dove X è il valore medio (X soprassegnato); *N* il numero dei dati o dei punteggi; Σ è l'operatore matematico **sommatoria** che indica la somma di tutti i dati o punteggi.

La media può essere considerata come il baricentro (centro dei pesi) della distribuzione campionaria, in quanto rappresenta il punto di bilanciamento o di equilibrio dei dati. A esempio, se si hanno le misure 10,9, 11,5, 12,3, 12,8, 15,4, la loro media è

$$X = \frac{10{,}9 + 11{,}5 + 12{,}3 + 12{,}8 + 15{,}4}{5} = 12{,}58$$

Dalla rappresentazione grafica della figura 3.1 si può evidenziare visivamente come la distanza dalla media dei valori collocati prima sia uguale alla somma della distanza dei valori collocati dopo.

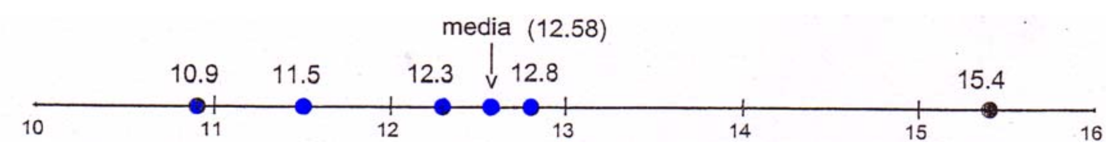

Fig. 3.1 - *Rappresentazione grafica di 5 dati e della loro media aritmetica.*

Si ricorderà che abbiamo costruito le distribuzioni di frequenza al fine di evitare la ripetizione di punteggi uguali, e quindi dare una rappresentazione tabellare dei dati mediante l'introduzione delle frequenze *f* che rappresentano il numero di volte che un dato punteggio occorre.

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{N}.$$

Così, nella tabella seguente, dalla colonna intestata con *f* veniamo a sapere che il punteggio 8 occorre 6 volte. Perciò, per calcolare la media aritmetica, non è necessario sommare 8 per 6 volte, in quanto possiamo moltiplicare 8 per 6 e quindi ottenere analogamente 48. Potendo perciò moltiplicare ogni punteggio per la sua frequenza prima di sommare i punteggi stessi, siamo portati a rappresentare e calcolare la media aritmetica per distribuzioni di frequenza secondo quanto indicato nella tabella 3.1.

X	f	fX	
12	1	12	
11	2	22	$\bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$
10	5	50	
9	4	36	
8	6	48	$\bar{X} = \frac{232}{29}$
7	4	28	
6	3	18	$\bar{X} = 8{,}00$
5	2	10	
4	2	8	
	$N = 29$	$\Sigma fX = 232$	

Tab. 3.1 - *La media aritmetica nel caso di dati non raggruppati in classi. In questo caso si può anche considerare i dati come raggruppati in classi di ampiezza unitaria (intervallo di ampiezza 1).*

Il calcolo della media per dati raggruppati in classi (di ampiezza superiore a 1) segue sostanzialmente la stessa prassi utilizzata per il calcolo della media nel caso di dati non raggruppati, che possono anche essere considerati come raggruppati in classi di ampiezza unitaria. Per iniziare, si calcola il valore centrale delle classi. Successivamente il valore centrale ottenuto in ogni classe viene moltiplicato per la rispettiva frequenza. I valori così ottenuti sono sommati e quindi il risultato viene diviso per *N*. La procedura per il calcolo della media aritmetica per dati raggruppati in classi è esposta dettagliatamente nella tabella seguente.

1 CLASSE	2 FREQUENZA f	3 VALORE CENTRALE X	4 FREQUENZA × VALORE CENTRALE fX	
125–129	2	127	254	$\bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$
120–124	5	122	610	
115–119	8	117	936	
110–114	10	112	1120	$= \frac{10195}{100}$
105–109	15	107	1605	
100–104	20	102	2040	$= 101{,}95$
95–99	15	97	1455	
90–94	10	92	920	
85–89	8	87	696	
80–84	4	82	328	
75–79	3	77	231	
	$N = 100$		$\Sigma fX = 10195$	

Tab. 3.2 - *La media aritmetica per distribuzioni di frequenza date per classi.*

La media in questi due ultimi casi è denominata **media aritmetica ponderata** in quanto si attribuisce a ciascuno dei valori un peso.

Proprietà della media aritmetica

a) *Prima proprietà*. Una delle proprietà più importanti della media aritmetica è che essa rappresenta quel punto per cui *la somma dagli scostamenti o scarti da essa è uguale a zero.* In altri termini:

La dimostrazione algebrica della precedente affermazione è la seguente:

$\Sigma\,(X - X) = \Sigma\,X - \Sigma\,X = N\,X - N\,X = 0$ poiché $X = \Sigma\,X\,/N$ quindi $N\,X = \Sigma\,X$

b) *Seconda proprietà*. Abbiamo già osservato che la media aritmetica si presenta come un punteggio, o come un punteggio potenziale, che equilibra tutti i punteggi. In questo senso la media aritmetica è rappresentabile come un fulcro disposto sotto una tavola in equilibrio. Giocando con una tavola in equilibrio, è possibile bilanciare il peso di un individuo, più pesante rispetto a un altro, semplicemente spostando l'individuo più pesante verso il centro, cioè verso il fulcro. Così, potete bilanciare un vostro fratellino, o una vostra sorellina più giovane di voi, assumendo che siano più leggeri di voi, semplicemente spostandovi verso il fulcro.

Queste osservazioni ci portano a evidenziare una seconda caratteristica della media aritmetica; cioè, che la media aritmetica è molto sensibile ai valori estremi dei punteggi, quando questi non sono bilanciati in ambedue i sensi. Osserviamo i dati riportati nella tabella seguente. La colonna di dati consiste nella disposizione di punteggi in ordine di grandezza, dal più piccolo al più grande. Notiamo che i punteggi sono gli stessi eccetto che per l'ultimo valore della colonna *X*, cioè 33. Questo punteggio eccezionalmente elevato è sufficiente a raddoppiare la media aritmetica. La sensibilità della media aritmetica ai valori estremi delle serie di punteggi ha notevole importanza per i nostri fini, nella misura in cui questa proprietà costituirà un criterio per l'uso della media aritmetica stessa.

PUNTEGGI X_1 DEL GRUPPO 1	PUNTEGGI X_2 DEL GRUPPO 2
2	2
3	3
5	5
7	7
8	33
$\Sigma X_1 = 25$	$\Sigma X_2 = 50$
$\overline{X}_1 = 5{,}00$	$\overline{X}_2 = 10{,}00$

c) *Terza proprietà*. Una terza caratteristica della media aritmetica è che *la somma dei quadrati degli scarti dalla media stessa è minore della somma dei quadrati degli scarti da qualunque altro punteggio, effettivo o potenziale.*

Per illustrare quest'ultima proprietà, mostriamo nella tabella seguente i quadrati e le somme dei quadrati degli scarti dalla media, nonché le deviazioni da altri valori nella distribuzione. Si vede facilmente che la somma dei quadrati nella colonna 4 è la più piccola tra tutte le somme di quadrati nelle altre colonne, dove gli scarti sono calcolati rispetto ad un valore qualsiasi della distribuzione.

1 X	2 $(X-2)^2$	3 $(X-3)^2$	4 $(X-\overline{X})^2$	5 $(X-5)^2$	6 $(X-6)^2$
2	0	1	4	9	16
3	1	0	1	4	9
4	4	1	0	1	4
5	9	4	1	0	1
6	16	9	4	1	0
TOTALI $N=5$ $\overline{X}=4$	30	15	10	15	30

Quest'ultima proprietà della media aritmetica ci dà modo di enunciare un'altra definizione della stessa, cioè, *la media aritmetica è quella misura della tendenza centrale di una distribuzione che rende minima la somma dei quadrati dagli scarti (scostamenti) calcolati dalla medesima.*

Il metodo di calcolo della media aritmetica che la identifica come quel valore che rende minima la somma dei quadrati degli scostamenti o scarti, va sotto il nome di *metodo dei minimi quadrati*[1].

Nel considerare la media di una serie di punteggi occorre fare attenzione ad alcune possibili interpretazioni errate. A esempio, in una scuola la media dei risultati in una test risulta essere superiore alla media dei risultati conseguiti dagli studenti di tutta una nazione. Si può concludere che tutti gli studenti hanno conseguito un risultato superiore alla media nazionale?

La media delle medie o media ponderata (weighted mean)

In molte indagini si raccolgono i punteggi di un test applicandolo a gruppi differenti. Per ciascuno di tali gruppi si può calcolare la media dei punteggi ottenuti. E' possibile, sapendo le medie conseguite da ciascun gruppo, calcolare la media generale o **media delle medie**? Certamente è possibile, ma bisogna fare attenzione a come si procede. Infatti è facile commettere un errore assai comune: sommare le medie e dividerle per il loro numero. Invece occorre tener presente la numerosità dei singoli gruppi e quindi dell'intera popolazione.
Consideriamo i seguenti dati raccolti applicando una prova a tre gruppi A, B, C, la cui numerosità è rispettivamente la seguente: 7, 8, 25. Le medie dei punteggi conseguiti dai soggetti appartenenti ai tre gruppi sono rispettivamente: 9, 10, 19. Qual è la media generale (o media delle medie)?
Occorre: a) moltiplicare ciascuna media per il numero dei soggetti a cui si riferisce; b) sommare i risultati ottenuti; c) dividere questa somma per il numero totale dei soggetti.
Nel nostro caso si ha:

a) 7 x 9 = 63; 8 x 10 = 80, 25 x 19 = 475
b) 63 + 19 + 475 = 618
c) 618 / 40 = 15,45

La media delle medie è allora 15,45.
In alcuni casi i dati possono essere espressi sotto forma di percentuali di soggetti. Ecco un

[1] Il metodo dei minimi quadrati occupa un posto notevole nella statistica, particolarmente nell'ambito della problematica relativa al cosiddetto adattamento di curve.

caso. I respinti della scuola A e della scuola B sono rispettivamente il 32,6% e il 4,4% degli studenti. Nella scuola A gli studenti sono in tutto 650. Nella scuola B essi sono in tutto 228. Qual è la media dei respinti della due scuole considerate insieme?
Basta calcolare il numero effettivo degli studenti respinti. Questi sono rispettivamente il 32,6% di 650 e il 4,4% di 228. Cioè: 32,6 x 650 = 212; 4,4 x 228 = 10. A questo punto basta sommare questi due dati (212 + 10 = 222) e divedere la somma per il numero totale degli studenti (650 + 228= 878).
La media è 222/878 = 25,3%.

La mediana (median)

Nel caso di distribuzioni di frequenza per dati raggruppati in classi di intensità, si definisce *mediana, quel punteggio, effettivo oppure teorico, della distribuzione tale che metà dei punteggi sia superata da quello, mentre l'altra metà dei punteggi lo supera.*

Si è già incontrato il concetto di mediana. Essa, infatti, costituisce un caso particolare di posizione percentile: la mediana è quel punteggio che occupa la posizione corrispondente al 50-esimo percentile o secondo quartile Q_2. Risulta evidente dunque che le procedure utilizzate per il calcolo dei punteggi corrispondenti alle varie posizioni percentili, possono essere utilizzate per il calcolo della mediana.

In alcuni casi, si presenta la necessità di calcolare la mediana quando N non è sufficientemente grande da giustificare il raggruppamento dei dati in distribuzioni di frequenza. Consideriamo ed esempio le seguente successione di punteggi: 5, 19, 37, 39, 45. Si può notare che i punteggi sono disposti in ordine crescente ed inoltre N è dispari. Si vede che 37 è la mediana in quanto due sono i punteggi che si trovano al di sotto di 37 e due sono i punteggi che superano 37.

Quando si ha a che fare con una successione di numeri per cui N è dispari, la definizione di mediana non funziona, come nell'esempio dove la media è 37, valore che è superato da due punteggi e ne supera altri due, mentre in effetti si era parlato di quel valore che divide a metà le distribuzione. Si può rimediare a questa incongruenza considerando 37 come quel punteggio che appartiene simultaneamente sia alla prima classe che alla seconda classe dei punteggi in cui è divisa la serie.

Se N è pari, allora la mediana è data dalla media aritmetica dei due punteggi centrali. Così, i due punteggi centrali della successione 8,26,35,43,47,73, sono 35 e 43. La loro media aritmetica è 39 e quindi la mediana della successione è 39.

Occasionalmente, il punteggio centrale di una successione è uguale ad altri punteggi. Come fare in questi casi per determinare la mediana? Consideriamo le seguente successione di 20 punteggi: 2,3,3,4,5,7,7,8,8,8,8,9, 10, 12, 14, 15, 17, 19, 19, 20. La mediana è data del decimo punteggio nella successione. Contando da sinistra a destra, troviamo che il decimo punteggio è 8. Ma, così anche è l'ottavo, il nono e l'undicesimo punteggio; chiaramente, la mediana non può essere 8. In queste circostanze è uso domandarsi: "quale punto dell'intervallo effettivo comprendente 8, corrisponde alla mediana?" In altri termini, dove si trova nell'intervallo 7,5—8,5? Poiché il decimo punteggio è il terzo 8, tra i quattro 8, la mediana si troverà a tre quarti della distanza tra 7,5 e 8,5; cioè 7,50 + 0,75 = 8,25.

Proprietà della mediana

Una particolarità della mediana è data, a differenza della media, dalla sua insensibilità ai punteggi estremi. Consideriamo i seguenti punteggi: 2, 5, 8, 11, 48. La mediana è 8, nonostante che uno dei punteggi estremi sia 48. Portando il punteggio estremo da 48 a 96 la mediana non cambia. Questa proprietà della mediana la rende adatta a essere utilizzata per descrivere la tendenza centrale in alcuni tipi di distribuzione in cui la media aritmetica non può essere accettata come misura della tendenza centrale della distribuzione per la sua sensibilità ai valori estremi della distribuzione stessa. Inoltre la mediana è la misura della tendenza centrale che viene utilizzata normalmente nel caso di scale ordinali o per ranghi.

La moda (mode)

La moda costituisce indubbiamente la misura delle tendenza centrale più facile a determinare, considerando che è sufficiente un'ispezione della distribuzione al posto di un vero e proprio calcolo. La moda è quel punteggio che occorre con la massima frequenza. Per dati raggruppati in classi, la moda viene determinata considerando il valore centrale della classe cui corrisponde la massima frequenza. Nella tabella 3.2 è moda il punteggio 102 corrispondente al valore centrale dell'intervallo (100—104), cui è associata la massima frequenza.

Abbiamo già notato come in alcune distribuzioni di frequenza si possano dare due punteggi con frequenze concentrate, che danno l'impressione di trovarsi di fronte alle due gobbe di un cammello. Tali distribuzioni sono designate come distribuzioni *bimodali.* Nel caso si abbiano più gobbe in una distribuzione, si parlerà di distribuzioni *multimodali.*

Confronto tra media aritmetica, mediana e moda

Abbiamo visto che la media aritmetica è quella misura della tendenza centrale che gode delle proprietà per cui la somma degli scarti dei valori ad essa inferiori è uguale alla somma degli scarti dei valori che la superano. Nel caso della mediana, invece, si ha che il numero dei punteggi che si trovano al disotto di essa uguaglia il numero dei punteggi che si trovano al di sopra di essa. Per meglio comprendere la differenza tra media e mediana, con la serie di dati 10.1; 10,8; 13.1; 13,9; 14,2; 14,5 rappresentiamo la media 12,85 e la mediana 13,5 nel grafico di figura 3.2. Si vede bene come la media si presenti come il baricentro della distribuzione, mentre la mediana sia collocata tra i valori più addensati.

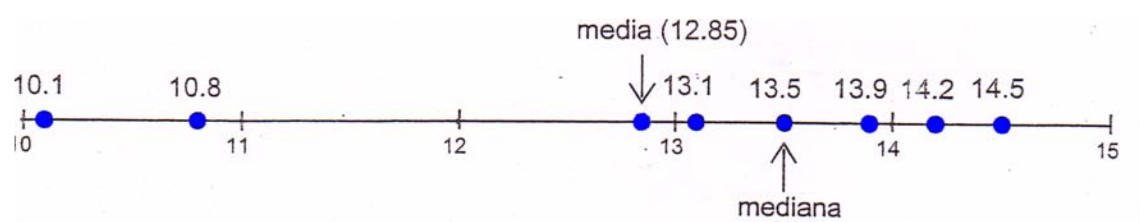

Fig.3.2 - *Rappresentazione grafica della media e della mediana di 6 dati.*

In generale si preferisce usare la media aritmetica per rappresentare la tendenza centrale di una data distribuzione, considerando l'insieme delle proprietà che le caratterizzano. Per prima cosa diciamo che la media aritmetica gode di alcune proprietà matematiche che le consentono di avere un ruolo imponente nelle metodologie statistiche avanzate. Abbiamo considerato gli scostamenti o scarti dalla media aritmetica per introdurre due delle sue più importanti proprietà, cioè che la somma algebrica degli scarti è zero e che la somma dei loro quadrati è un minimo. Gli scarti dalla media aritmetica forniscono una serie di informazioni significative sulle distribuzioni di frequenze. Utilizzeremo frequentemente le deviazioni o gli scostamenti dalla media aritmetica nel seguito del nostro lavoro. Gli scostamenti dalla mediana, invece, nonché i loro quadrati, hanno un uso piuttosto limitato nella metodologia statistica avanzata. Un'altra proprietà della media aritmetica consiste nella maggiore stabilità di quest'ultima come misura della tendenza centrale e quindi nella sua maggiore affidabilità in quanto tale. Se dovessimo estrarre parecchi campioni da una popolazione, la media aritmetica mostrerà minori fluttuazioni rispetto alla mediana e alla moda. In altri termini, la media fornisce una stima migliore del corrispondente parametro nella popolazione.

D'altra parte vi sono situazioni in cui viene preferita la mediana come misura della tendenza centrale. Quando la distribuzione è simmetrica la media e le mediana coincidono. In questi casi bisogna usare la media. Se invece la distribuzione è asimmetrica, la media aritmetica fornisce una stima fuorviante della tendenza centrale. Il reddito familiare annuale è una caratteristica comunemente studiata in cui la mediana è di solito preferita alla media proprio perché la distribuzione del carattere è asimmetrica rispetto ai redditi più elevati e quindi la media aritmetica sovrastima il reddito conseguito dalla maggior parte delle famiglie.

La mediana viene scelta anche nei casi in cui vi siano valori indeterminati. A esempio, si consideri il caso di topolini posti in un labirinto in cui alcuni di essi corrono mentre altri non si muovono affatto. In questa situazione, il loro tempo di prestazione è indeterminato. D'altra parte non è giusto eliminare i topolini che non corrono, per il semplice fatto che essi apportano un'informazione non indifferente sull'influenza di una eventuale variabile indipendente. In queste circostanze, la mediana dovrebbe essere utilizzata come misure della tendenza centrale.

La moda costituisce una statistica appropriata ogni qualvolta una stima rapida, ancorché grezza, della tendenza centrale si rivela necessaria o quando si è interessati ai casi più tipici in una distribuzione. Essa viene usata di rado nelle scienze dell'educazione.

Sintesi delle caratteristiche delle differenti misure

Misura	**Quando usarla**	**Cautele**
Media	Facile da ottenere e usata di frequente	E' assai sensibile a punteggi estremi. Può indurre in errori se si sono punteggi anomali o asimmetrie
Media ponderata	Quando si cerca la media generale di gruppi di dimensioni diverse	Importante se i gruppi sono di dimensioni differenti
Mediana	Utile quando si vuole conoscere il punto centrale di una distribuzione o se la questa è asimmetrica	Non è sensibile a punteggi estremi
Moda	E' facile da usare per scale nominali	Non è precisa, fornisce poche informazioni, può indurre incomprensioni

La media aritmetica, la mediana e l'asimmetria (skewness)

Sono state considerate precedentemente diverse forme di asimmetria (skewness) nelle distribuzioni di frequenza. L'asimmetria, però, non può essere determinata mediante un semplice esame visivo della forma della distribuzione. Se si è ben compresa la differenza tra media e mediana, allora dovrebbe essere intuitivo il metodo per determinare l'asimmetria di una distribuzione e, nel caso che essa sia asimmetrica, determinarne la direzione. L'elemento fondamentale da ricordare è che la media si trova dalla parte dell'asimmetria, mentre le mediana non lo è, proprio perché non è influenzata dai punteggi estremi.

Così quando la media è maggiore della mediana, la distribuzione può essere denominata **con asimmetria positiva;** se invece la media aritmetica è più piccola della mediana allora la distribuzione è **asimmetrica negativamente**. La figura seguente mostra la relazione tra media e mediana nel caso di distribuzioni asimmetriche, rispettivamente in senso positivo ed in senso negativo.

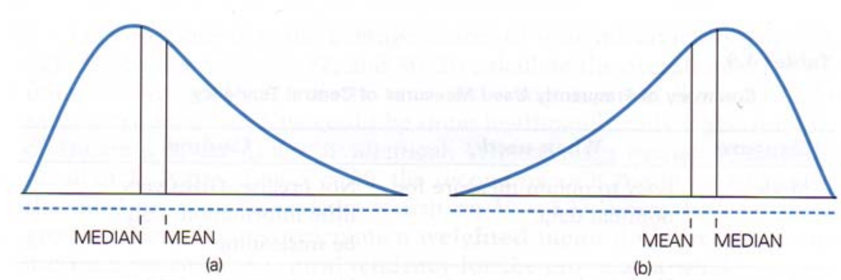

Fig. 3.3 - *La relazione tra media e mediana in una distribuzione asimmetrica positiva (a) e in una distribuzione asimmetrica negativa (b).*

Sintesi

In questa unità abbiamo presentato i tre indici della tendenza centrale più comunemente usati nella descrizione delle distribuzioni di frequenze; abbiamo mostrato il modo di calcolarli e, inoltre, li abbiamo confrontati tra loro. Essi sono: la media aritmetica, la mediana e le moda.

Abbiamo visto che la media aritmetica può essere definita in varie maniere, cioè come somma dei punteggi divisa per il loro numero; come quel punto della distribuzione che rende la somma degli scarti uguale a zero; ovvero, infine, quel punto della distribuzione che rende minima la somma dei quadrati degli scarti.

La mediana divide l'area sotto la curva in due parti uguali cosicché il numero di punteggi al di sotto di essa uguaglia il numero di punteggi al di sopra.

Infine, la moda può essere definita come il punteggio più frequente.

A causa delle sue particolari proprietà, la media aritmetica è la misura della tendenza centrale di una distribuzione più frequentemente usata. Tuttavia a causa della sua sensibilità ai punteggi estremi, quando questi non sono bilanciati nella distribuzione si preferisce usare la mediana, come nel caso di distribuzioni asimmetriche. La moda, infine, raramente viene usata nelle scienze dell'educazione.

Abbiamo anche mostrato la relazione intercorrente tra media e mediana nel caso di distribuzioni asimmetriche in senso positivo e negativo.

Termini da ricordare

Sequenza - Organizzazione dei dati in senso crescente secondo la loro grandezza, dal più piccolo al più grande.

Media aritmetica - Somma dei punteggi o valori di una variabile divisa per il loro numero.

Misura della tendenza centrale - Indice di posizione centrale nella distribuzione, utilizzato per la sua descrizione.

Mediana - Punteggio, effettivo o teorico, in una distribuzione di punteggi, tale che metà dei punteggi della distribuzione è inferiore ad esso mentre l'altra metà lo supera.

Moda - Punteggio di maggiore occorrenza nella distribuzione di frequenza.

Somma dei quadrati - Scarti dalla media al quadrato e poi sommati.

Media ponderata - Somma delle medie in ogni gruppo moltiplicati per il rispettivo peso (l'*n* in ogni gruppo) diviso per la somma dei pesi (*N*).

Esercizi

1. Trova la media, la mediana e la moda dei seguenti insiemi di dati
   a) 10, 8, 6, 0, 8, 3, 2, 5, 8, 0
   b) 1, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 7, 9
   c) 119, 5, 4, 4, 4, 3, 1, 0

2. Per quale dei precedenti esercizi il calcolo della media si presenta poco interessante? Perché?

3. Calcola per i punteggi: 3 4 5 5 6 7
   a) la media
   b) la mediana
   c) la moda

Aggiungi 2 a ciascun valore e ricalcola
   a) la media
   b) la mediana
   c) la moda

Ora calcola gli stessi valori del punto 1) togliendo 2
Quale differenza noti tra i risultati che ottieni? Che cosa puoi concludere?

4. Considera i seguenti dati raggruppati in classi o intervalli.

Classi	**Valore centrale**	***f***	***f* cum**	***f* cum %**	***f* cum**	***f* cum %**
95-99	97	1	40	100,0 %	1	2,5 %
90-94	92	3	39	97,5 %	4	10,0 %
85-89	87	4	36	90,0 %	8	20,0 %
80-84	82	8	32	80,0 %	16	40,0 %
75-79	77	11	24	60,0%	27	67,5 %
70-74	72	4	13	32,5%	31	77,5 %
65-69	67	3	9	22,5%	34	85,0 %
60-64	62	3	6	15,0 %	37	92,5 %
55-59	57	0	3	7,5 %	37	92,5 %
50-54	52	1	3	7,5 %	38	95,0 %
45-49	47	1	2	5,0 %	39	97,5 %
40-44	42	1	1	2,5 %	40	100,0 %

a) Calcola la media dei valori riportati
b) Calcola la loro moda
c) Calcola la loro mediana
d) Qual è il valore del secondo quartine Q_2? Che cosa noti rispetto alla risposta alla domanda precedente?

5. Sulla base delle seguenti misure della tendenza centrale indica se c'è o meno una indicazione circa la forma simmetrica o asimmetrica della rappresentazione dei dati e in quale direzione essa eventualmente lo è:

a) media = 56, mediana = 62, moda = 68
b) media = 68, mediana = 62, moda = 56
c) media = 62, mediana = 62, moda = 62
d) media = 62, mediana = 62, moda = 30 e moda = 94.